

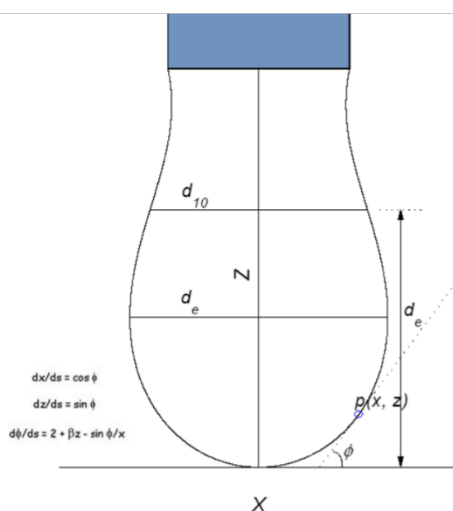
接触角测量仪的界面张力测量基础—Laplace-Young 方程

界面张力存在于液体-流体（气体或液体）界面的事实，意味着假若界面是曲面，液体静力学压力差别在界面上处处存在。法国数学家根据表面张力和曲率推导出曲线界面上压力差的表达式，称为 Laplace 方程。

$$\Delta P = \gamma \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right)$$

一个弯曲的表面称为曲面，通常用相应的两个曲率半径来描述曲面，即在曲面上某点作垂直于表面的直线，再通过此线作一平面，此平面与曲面的截线为曲线，在该点与曲线相切的圆半径称为该曲线的曲率半径 R_1 。通过表面垂线并垂直于第一个平面再作第二个平面并与曲面相交，可得到第二条截线和它的曲率半径 R_2 ，用 R_1 与 R_2 可表示出液体表面的弯曲情况。若液面是弯曲的，液体内部的压强 p_1 与液体外的压强 p_2 就会不同，在液面两边就会产生压强差 $\Delta P = P_1 - P_2$ ，称附加压强，其数值与液面曲率大小有关。

悬滴法是接触角测量仪测量界面张力的重要方法，那么 Laplace-Young 方程对悬滴法在平衡态下的方程表达如下：



Picture 6 - 1: Pendant Drop and Laplace-Young Equation

$$2 - \beta \left(\frac{z}{b} \right) = \frac{1}{R/b} + \frac{\sin \phi}{x/b}$$

$$\beta = \frac{b^2 \cdot \Delta \rho \cdot g}{\gamma} = \frac{b^2}{\alpha^2}$$

$$\alpha = \sqrt{\frac{\gamma}{\Delta \rho \cdot g}}$$

上述方程中 b 是液滴底部（或顶部）drop apex 的曲率半径， R 是液滴轮廓（界面）上任一点（参见图 6-1）， $p(x, z)$ ，在纸平面上的主曲率半径（principle radius of curvature）， ϕ 是点 $p(x, z)$ 上的切线 与 x - 轴形成的夹角， β 是体系的 Bond number (ref. eq. 6-2 & 6-3)。 β 也被常称为液滴的形状因子， 因为其数值决定了一个液滴的形状（但非其大小）。 $\Delta \rho$ 是液滴相与周围环境相的密度差， g 是测量 当地的重力加速度值， γ 是体系的表面/界面张力值， α 则常被称为体系的毛细管常数（capillary constant）。

形成液滴的中心轴对称是使用这一方法的理论基础。因此， 确保测量的液滴尽量接近轴对称是表界面张力测量精度和可靠性的重要前提。